5ème année
Correctif des travaux de vacances- série N°1 :

5UAA5 – Trigonométrie

Résoudre :

- 2 cos 2x = cos 3x + cos x

2 cos 2x = 2 cos 2x cos x
2 cos 2x (1 – cos x) = 0

cos 2x = 0 ou 1 – cos x = 0

$2x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ cos x = 1

x = k 2π

$x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

- 2cos²x + 3 cos x – 2 = 0

$\Delta = 25$
Cos x = ½ ou cos x =-2 (à rejeter)

$$x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$$

- $\frac{2\sqrt{3}}{3}\cos x + 2\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$$\cos x + \sqrt{3} sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\exists\varphi : tg\varphi = \sqrt{3}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$cosx + tg\frac{\pi}{3}sinx = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$cosx\ \ cos\frac{\pi}{3} + sinx\ \ sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{2}}{2}cos\frac{\pi}{3}$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$x - \frac{\pi}{3} = \pm 1{,}21 + k2\pi$$

$$x = \frac{\pi}{3} \pm 1{,}21 + k2\pi$$

cos 4x < -½

$$\frac{2\pi}{3} + k2\pi < 4x < \frac{4\pi}{3} + k2\pi$$
$$\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} < 4x < \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}$$

tg3x ≥ 1

$$\frac{\pi}{4} + k\pi \leq 3x < \frac{\pi}{2} + k\pi$$
$$\frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{3} \leq x < \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$$

Chercher le domaine de

$$f(x) = \sqrt{tg(x + \frac{\pi}{5}) + 1}$$

$$tg\left(x + \frac{\pi}{5}\right) + 1 \geq 0$$
$$-\frac{\pi}{4} + k\pi < x + \frac{\pi}{5} \leq \frac{\pi}{2} + k\pi$$
$$-\frac{9\pi}{20} + k\pi < x \leq \frac{3\pi}{10} + k\pi$$

$$f(x) = \frac{x}{2sin^2x - cos^2x + 1}$$

$$2sin^2x - cos^2x + 1 \neq 0$$
$$par\ FF : 2sin^2x - (1 - sin^2x) + 1 \neq 0$$
$$3sin^2x \neq 0$$
$$x \neq k\pi$$

$$f(x) = \frac{tg2x}{cos2x + cos4x - cos3x}$$

Cos 2x + cos 4x – cos 3x ≠0
2 cos 3x cos x – cos 3x ≠ 0
cos 3x (2 cos x – 1) ≠ 0
cos 3x ≠ 0 et cos x ≠ ½
$x \neq \pm\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3}$ et $x \neq \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$

$$f(x)=\frac{\sqrt{\sin 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}}}{\sqrt{\cos x-\frac{1}{2}}}$$

$$sin2x-\frac{\sqrt{3}}{2}\geq 0 \quad et \quad cosx-\frac{1}{2}>0$$
$$sin2x\geq sin\frac{\pi}{3} \quad et \quad \cos x>cos\frac{\pi}{3}$$
$$\frac{\pi}{3}+k2\pi\leq 2x\leq\frac{2\pi}{3}+k2\pi \quad et \quad -\frac{\pi}{3}+k2\pi<x<\frac{\pi}{3}+k2\pi$$
$$\frac{\pi}{6}+k\pi\leq x\leq\frac{\pi}{3}+k2\pi \quad et \quad \frac{5\pi}{3}+k2\pi<x<\frac{7\pi}{3}+k2\pi$$

$$S=\bigcup_{k\in Z}\left[\frac{\pi}{6}+k2\pi,\frac{\pi}{3}+k2\pi\right]$$

5UAA6 – Géométrie vectorielle

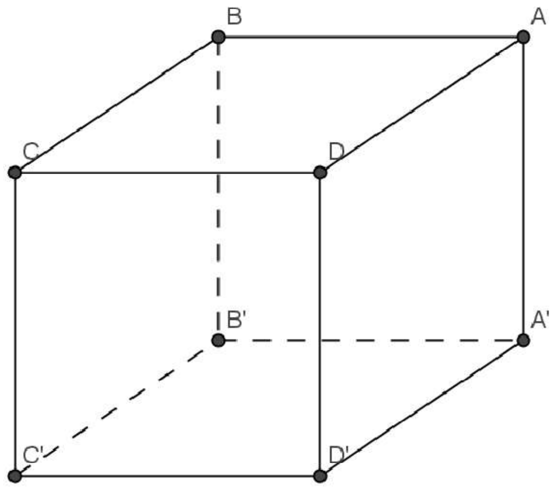
On définit dans ce cube un repère (B',$\overrightarrow{B'C'}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{B'B}$)
Positionner le point P(2,1,1/2)
Donner les coordonnées de la projection orthogonale de P

sur B'A' (0,1,0)
sur C'B'A' (2,1,0)

Prouver par calcul que les vecteurs $\overrightarrow{BA}\ et\ \overrightarrow{AA'}$ sont orthogonaux

$$\overrightarrow{BA}(0,1,0)$$
$$\overrightarrow{AA'}(0,0,-1)$$

$\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{AA'} = 0$ d'où les vecteurs sont orthogonaux



Soient A(4,-1,2) B(-1,6,3) C(1,-17,2)
Calculer le produit scalaire de $\overrightarrow{AB}\ et\ \overrightarrow{AC}$
Calculer l'angle formé par ces deux vecteurs

$$\overrightarrow{AB}(-5,7,1)$$
$$\overrightarrow{AC}(-3,-16,0)$$
$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 15 - 112 = -97$$
$$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{25+49+1} = 5\sqrt{3}$$
$$\|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{9+256} = \sqrt{265}$$
$$\cos A = \frac{-97}{5\sqrt{3}\sqrt{265}} = -0.69$$

A = 133°